

Задача А. Проверочная работа по математике. 5 класс.

| | |
|-------------------------|-------------------|
| Имя входного файла: | стандартный ввод |
| Имя выходного файла: | стандартный вывод |
| Ограничение по времени: | 1 секунда |
| Ограничение по памяти: | 256 мегабайт |

Инструкция по выполнению заданий проверочной работы

На выполнение работы по математике отводится один урок (не более 45 минут). Работа состоит из одной части и включает в себя 7 заданий.

Ответы на задания запишите в поля ответов в тексте работы. Если Вы хотите изменить ответ, зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении работы не разрешается пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. В целях экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения работы у Вас останется время, то Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Работа, содержащая хотя бы один зачеркнутый или неверный ответ, оценивается в ноль баллов (неудовлетворительно). Ученики, получившие оценку неудовлетворительно, навсегда лишаются возможности посещать занятия кружка Т-Поколение.

Желаем успеха!

На вход подается целое число n ($1 \leq n \leq 10^{18}$), которое используется в качестве параметра в каждой задаче. Ответ на каждую задачу следует выводить по модулю 998 244 353.

1.

$$1 + 2 + \dots + n = ?$$

2.

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = ?$$

3.

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = ?$$

4.

$$1 + 22 + \dots + 22^{n-1} = ?$$

5.

$$1 + 2 \cdot 22 + 3 \cdot 22^2 + \dots + n \cdot 22^{n-1} = ?$$

6.

$$1 + 4 \cdot 22 + 9 \cdot 22^2 + \dots + n^2 \cdot 22^{n-1} = ?$$

7. Сколько существует строк длины n , состоящих из символов a, b, c, d , которые **не содержат** подстрок-палиндромов длины больше 1?

Примеры

| стандартный ввод | стандартный вывод |
|------------------|---|
| 1 | 1 1 1 1 1 1 1 4 |
| 2 | 3 5 9 23 45 89 12 |
| 4096 | 8390656 953505770 926870658 372284118 301215450 106615586 866069042 |

Задача В. Проверочная работа по математике. 6 класс.

| | |
|-------------------------|-------------------|
| Имя входного файла: | стандартный ввод |
| Имя выходного файла: | стандартный вывод |
| Ограничение по времени: | 2 секунды |
| Ограничение по памяти: | 256 мегабайт |

Инструкция по выполнению заданий проверочной работы

На выполнение работы по математике отводится один урок (не более 45 минут). Работа состоит из одной части и включает в себя 6 заданий.

Ответы на задания запишите в поля ответов в тексте работы. Если Вы хотите изменить ответ, зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении работы не разрешается пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. В целях экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения работы у Вас останется время, то Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Работа, содержащая хотя бы один зачеркнутый или неверный ответ, оценивается в ноль баллов (неудовлетворительно). Ученики, получившие оценку неудовлетворительно, навсегда лишаются возможности посещать занятия кружка Т-Поколение.

Желаем успеха!

На вход подается целое число n ($1 \leq n \leq 10^6$), которое используется в качестве параметра в каждой задаче. Сумма элементов пустого множества полагается равной нулю.

Во задачах 1–6 требуется вычислить $Q = S_1 \oplus \dots \oplus S_n$. Где S_n вычисляется по модулю 998 244 353 и зависит от номера задачи.

1.

$$S_n = \binom{n}{0} + \binom{n+1}{1} + \binom{n+2}{2} + \dots + \binom{2n}{n}$$

2.

$$S_n = \binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \binom{n}{2}^2 + \dots + \binom{n}{n}^2$$

3.

$$S_n = 1 \cdot \binom{n}{1} + 4 \cdot \binom{n}{2} + \dots + n^2 \cdot \binom{n}{n}$$

4.

$$S_n = \binom{n}{0} + \binom{n}{2} \cdot n^2 + \binom{n}{4} \cdot n^4 + \dots + \binom{n}{2k} \cdot n^{2k}, k = \left\lfloor \frac{1}{2}n \right\rfloor$$

5. S_n равно количеству строк длины $3n$, которые состоят из n символов a , n символов b и n символов c , при этом никакой символ a не идет позже символа c .

Примеры

| стандартный ввод | стандартный вывод |
|------------------|--|
| 1 | 3 2 1 1 3 |
| 2 | 9 4 7 4 12 |
| 50 | 661894489 400480500 71993274 143591024 685773800 |

Задача С. Проверочная работа по математике. 7 класс.

| | |
|-------------------------|-------------------|
| Имя входного файла: | стандартный ввод |
| Имя выходного файла: | стандартный вывод |
| Ограничение по времени: | 1 секунда |
| Ограничение по памяти: | 256 мегабайт |

Инструкция по выполнению заданий проверочной работы

На выполнение работы по математике отводится один урок (не более 45 минут). Работа состоит из одной части и включает в себя 5 заданий.

Ответы на задания запишите в поля ответов в тексте работы. Если Вы хотите изменить ответ, зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении работы не разрешается пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. В целях экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения работы у Вас останется время, то Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Работа, содержащая хотя бы один зачеркнутый или неверный ответ, оценивается в ноль баллов (неудовлетворительно). Ученики, получившие оценку неудовлетворительно, навсегда лишаются возможности посещать занятия кружка Т-Поколение.

Желаем успеха!

На вход подается пара целых чисел n и m ($1 \leq n, m \leq 10^6$), которые используются в качестве параметров в каждой задаче. Ответ на задачи 1 – 4 следует выводить по модулю 998 244 353.

1. Сколько существует способов расставить n девочек и n мальчиков в ряд так, чтобы на любом префиксе девочек было не меньше, чем мальчиков?
2. Сколько существует способов расставить n девочек и m мальчиков в ряд так, чтобы на любом префиксе девочек было не меньше, чем мальчиков?
3. Просуммируйте по всем ПСП длины $2n$ количество циклических сдвигов, которые тоже являются ПСП.
4. Для всех скобочных последовательностей длины $(2n + 1)$ (необязательно правильных) найдите максимальное значение k , где k — это количество циклических сдвигов, которые заканчиваются на закрывающую скобку и первые $2n$ символов, которых образуют ПСП.

Примеры

| стандартный ввод | стандартный вывод |
|------------------|-------------------|
| 1 1 | 1 1 1 1 |
| 3 2 | 5 5 9 1 |

Задача D. Проверочная работа по математике. 9 класс.

| | |
|-------------------------|-------------------|
| Имя входного файла: | стандартный ввод |
| Имя выходного файла: | стандартный вывод |
| Ограничение по времени: | 1 секунда |
| Ограничение по памяти: | 256 мегабайт |

Инструкция по выполнению заданий проверочной работы

На выполнение работы по математике отводится один урок (не более 45 минут). Работа состоит из одной частей и включает в себя 5 заданий.

Ответы на задания запишите в поля ответов в тексте работы. Если Вы хотите изменить ответ, зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении работы не разрешается пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. В целях экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения работы у Вас останется время, то Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям

Работа, содержащая хотя бы один зачеркнутый или неверный ответ оценивается в ноль баллов (неудовлетворительно). Ученики, получившие оценку неудовлетворительно навсегда лишаются возможности посещать занятия кружка Т-Поколение.

Желаем успеха!

На вход подаются целые числа n, m, k ($1 \leq n, m, k \leq 10^6$), которые используются в качестве параметров в каждом задании. Сумма элементов пустого множества полагается равной нулю.

Ответы на задания 1,3,4 требуется вывести по модулю 998 244 353

1. Есть n пронумерованных воздушных шаров, которые надо раскрасить в m цветов так, чтобы каждый цвет встречался хотя бы один раз. Выведите количество способов раскрасить шарики.
2. Посчитайте количество чисел от 1 до 10^{18} , которые не взаимно просты с m .
3. Есть n красных, n синих и n белых автомобилей. Сколько есть способов выбрать среди них m автомобилей так, чтобы среди них встретился хотя бы один красный, хотя бы один синий и хотя бы один белый автомобиль. Все $3n$ автомобилей считаются различными.
4. Вычислите количество способов разбить число n в упорядоченную сумму k слагаемых, где каждое слагаемое — это число от 0 до m .
5. Есть параллелепипед $n \times m \times k$, состоящий из единичных кубов. Прямая проходит из одного угла этого параллелепипеда в другой. Считается, что прямая проткнула кубик, если она содержит хотя бы одну его внутреннюю точку. Вычислите количество кубиков, которые протыкает эта прямая.

Примеры

| стандартный ввод | стандартный вывод |
|--------------------|---|
| 1 1 1 | 1 0 0 1 1 |
| 438 848 366 | 0 509433962264150943 650704968 206093802 1644 |
| 179552 2172 137560 | 109598106 668508287292817680 196983206 921012905 317112 |

Задача Е. КИТ — Карточная Игра на Трёх

| | |
|-------------------------|-------------------|
| Имя входного файла: | стандартный ввод |
| Имя выходного файла: | стандартный вывод |
| Ограничение по времени: | 1 секунда |
| Ограничение по памяти: | 256 мегабайт |

Андрей, Ваня и Серёжа решили сыграть в Карточную Игру на Трёх (сокращённо КИТ). Правила у этой игры простые:

- В начале у каждого из трёх игроков есть стопка карт. В стопке Андрея изначально N карт, в стопке Вани — M карт, в стопке Серёжи — K карт. На каждой из карт написана одна из букв A, B или C . Карты внутри каждой стопки не переупорядочиваются, т. е. лежат в таком порядке, в каком были изначально.
- Игроки ходят по очереди, Андрей ходит первым.
- Если у игрока, чья очередь ходить в данный момент, стопка карт не пустая, то из неё достаётся верхняя карта. Затем ход переходит тому игроку, чьё имя начинается на букву, написанную на вытянутой карте (A — Андрею, B — Ване, C — Серёже). Вытянутая карта после этого выбрасывается, т. е. не возвращается в стопку.
- Если же у текущего игрока стопка карт пустая, то игра заканчивается, и победителем считается текущий игрок.

Среди всех возможных 3^{N+M+K} начальных состояний игры (все возможные буквы на всех возможных картах), в скольких из них Андрей победит?

Так как ответ может быть очень большим, посчитайте его по модулю $10^9 + 7$.

Формат входных данных

В единственной строке входных данных даются три числа N, M, K , разделённые пробелом ($1 \leq N, M, K \leq 3 \cdot 10^5$)

Формат выходных данных

Выведите одно число — количество начальных состояний игры, при которых Андрей побеждает, по модулю $10^9 + 7$

Примеры

| стандартный ввод | стандартный вывод |
|------------------|-------------------|
| 1 1 1 | 17 |
| 4 2 2 | 1227 |
| 1000 1000 1000 | 261790852 |

Замечание

В первом примере входных данных есть 17 начальных состояний, при которых Андрей побеждает:

- 9 состояний, когда у Андрея на карте написана A
- 3 состояния, когда у Андрея на карте B и у Вани на карте A
- 1 состояние, когда у Андрея на карте B , у Вани — C , у Серёжи — A
- 3 состояния, когда у Андрея на карте C и у Серёжи на карте A
- 1 состояние, когда у Андрея на карте C , у Серёжи — B , у Вани — A

Задача F. Префиксный пузырьёк

Имя входного файла: стандартный ввод
 Имя выходного файла: стандартный вывод
 Ограничение по времени: 1 секунда
 Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дана перестановка $P = (P_1, P_2, \dots, P_N)$ чисел $(1, 2, \dots, N)$
 Рассмотрим следующую операцию k ($k = 2, 3, \dots, N$) на перестановке.

- Операция k : для $i = 1, 2, \dots, k - 1$ в таком порядке, если $P_i > P_{i+1}$, поменять местами P_i и P_{i+1} .

Также дана неубывающая последовательность $A = (A_1, A_2, \dots, A_M)$ ($2 \leq A_i \leq N$) длины M .

Для каждого $i = 1, 2, \dots, M$ найдите количество инверсий в перестановке P после выполнения операций A_1, A_2, \dots, A_i в таком порядке.

Количество инверсий в последовательности $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ длины n — это количество пар (i, j) ($1 \leq i < j \leq n$) таких что $x_i > x_j$.

Формат входных данных

В первой строке даётся натуральное число N ($1 \leq N \leq 2 \cdot 10^5$).

Во второй строке даётся N различных натуральных чисел через пробел, i -е число равно P_i ($1 \leq P_i \leq N$). Гарантируется, что P — перестановка.

В третьей строке даётся натуральное число M ($1 \leq M \leq 2 \cdot 10^5$).

В четвёртой строке даётся M натуральных чисел через пробел, i -е число равно A_i ($2 \leq A_i \leq M$). Гарантируется, что $A_i \leq A_{i+1}$ для $i = 1, 2, \dots, M - 1$.

Формат выходных данных

Выведите M строк. В k -й строке должен быть ответ на задачу для $i = k$.

Примеры

| стандартный ввод | стандартный вывод |
|---|---|
| 6 3 2 4 1 6 5 2 4 6 | 3 1 |
| 20 12 14 16 8 7 15 19 6 18 5 13 9 10 17 4 1 11 20 2 3 15 3 4 6 8 8 9 10 12 13 15 18 18 19 19 20 | 117 116 113 110 108 105 103 99 94 87 79 72 65 58 51 |

Замечание

В первом примере входных данных сначала выполняется операция 4. Во время неё P меняется следующим образом: $(3, 2, 4, 1, 6, 5) \rightarrow (2, 3, 4, 1, 6, 5) \rightarrow (2, 3, 4, 1, 6, 5) \rightarrow (2, 3, 1, 4, 6, 5) \rightarrow (2, 3, 1, 4, 6, 5)$. Количество инверсий теперь равно 3.

Далее выполняется операция β , после чего P превращается в $(2, 1, 3, 4, 5, 6)$, и количество инверсий равно 1.

Задача G. K обменов

Имя входного файла: стандартный ввод
 Имя выходного файла: стандартный вывод
 Ограничение по времени: 2 секунды
 Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дана строка S длины N , состоящая из символов A, B и C .
 Разрешается выполнять следующую операцию от 0 до K раз включительно:

- Выбрать две различные позиции в S и поменять местами символы на них.

Найдите количество различных строк, которые можно получить по итогу операций, по модулю 998244353.

Формат входных данных

В первой строке даются два натуральных числа N, K через пробел ($1 \leq N \leq 250000, 1 \leq K \leq 100$)

Во второй строке даётся строка S . Гарантируется, что её длина равна N , и что она состоит только из символов A, B, C .

Формат выходных данных

Выведите искомое количество по модулю 998244353.

Примеры

| стандартный ввод | стандартный вывод |
|---|-------------------|
| 3 1 ABC | 4 |
| 3 2 ABC | 6 |
| 4 5 AAAA | 1 |
| 30 10 CACCABAABVBAVAVVCSVCSAAACAAACCCA | 42981885 |

Замечание

В первом примере входных данных могут быть получены следующие строки:

- $S = ABC$ — сделали ноль операций
- $S = BAC$ — поменяли местами первый и второй символ
- $S = CBA$ — поменяли местами первый и третий символ
- $S = ACB$ — поменяли местами второй и третий символ

Задача Н. ВВQ

| | |
|-------------------------|-------------------|
| Имя входного файла: | стандартный ввод |
| Имя выходного файла: | стандартный вывод |
| Ограничение по времени: | 2 секунды |
| Ограничение по памяти: | 256 мегабайт |

Снук устраивает еще одну барбекю-вечеринку.

На этот раз он приготовит одну порцию барбекю.

У него есть запас из n упаковок барбекю, i -я упаковка барбекю содержит один шампур, a_i кусочков говядины и b_i кусочков зеленого перца. Все шампуры в этих упаковках разные и различимые, в то время как все кусочки говядины и все кусочки зеленого перца, соответственно, неразличимы.

Чтобы приготовить барбекю, он выбирает две упаковки барбекю, извлекает все содержимое из выбранных упаковок, то есть два шампура и несколько кусочков говядины или зеленого перца. (Оставшиеся упаковки барбекю не будут использованы.) Затем все эти кусочки еды нанизываются сразу на два шампура в произвольном порядке.

Сколько различных способов есть у Снука, чтобы приготовить барбекю? Два способа приготовления барбекю различаются, если и только если наборы использованных шампуров различны или порядки кусочков еды различны. Поскольку это число может быть чрезвычайно большим, найдите его по модулю $10^9 + 7$.

Формат входных данных

Первая строка содержит целое число n ($1 \leq n \leq 200\,000$).

Следующие n строк содержат пары a_i, b_i ($1 \leq a_i, b_i \leq 2\,000$)

Формат выходных данных

Выведите количество различных способов, которыми Снук может приготовить порцию барбекю, по модулю $10^9 + 7$.

Пример

| стандартный ввод | стандартный вывод |
|------------------|-------------------|
| 3 | 26 |
| 1 1 | |
| 1 1 | |
| 2 1 | |

Задача I. Резонансные частоты

| | |
|-------------------------|-------------------|
| Имя входного файла: | стандартный ввод |
| Имя выходного файла: | стандартный вывод |
| Ограничение по времени: | 1 секунда |
| Ограничение по памяти: | 256 мегабайт |

В солнечной системе в далеком будущем люди смогли заселить n планет (включая искусственно созданные), между которыми для экстренных случаев они наладили радиосвязь.

Радиосвязь представляет собой набор из m односторонних каналов связи, i -й канал передает информацию из планеты с номером v в планету с номером u , при этом работая на частоте i . В силу жесткой иерархии планет в построенной системе радиосвязи нет циклов.

Потом случилось страшное — людей нашли пришельцы, которые стали посылать свои сигналы в солнечную систему на частоте x . Таким образом некоторые пути передачи информации начали резонировать с сигналами пришельцев.

Пусть какой-то путь проходит через вершины v_1, v_2, \dots, v_k ($k \geq 2$) и пару вершин (v_i, v_{i+1}) соединяет ребро e_i . Тогда такой путь резонирует с сигналом, если наибольший общий делитель чисел e_1, \dots, e_{k-1} в точности равен x .

Люди хотят понять, какое количество путей подверглось угрозе, но вычисления оказались слишком громоздки. Поэтому они просят вас помочь спасти человечество и вычислить количество резонирующих путей по модулю $10^9 + 7$.

Формат входных данных

В первой строке заданы три числа n, m, x — количество планет, количество каналов радиосвязи и частота сигнала пришельцев.

В последующих m строках указано по паре чисел v_i и u_i — концы i -го канала радиосвязи.

$$2 \leq n \leq 10^5$$

$$1 \leq m \leq 10^5$$

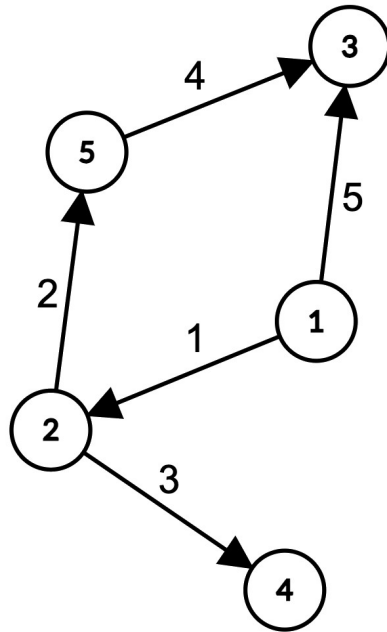
$$1 \leq x \leq m$$

$$1 \leq v, u \leq n$$

Примеры

| стандартный ввод | стандартный вывод |
|--|-------------------|
| 5 5 1 1 2 2 5 2 4 5 3 1 3 | 4 |
| 5 5 2 1 2 2 5 2 4 5 3 1 3 | 2 |

Замечание



В первом примере подходят пути, проходящие по вершинам $[1, 2]$, $[1, 2, 4]$, $[1, 2, 5]$, $[1, 2, 5, 3]$.
Во втором примере подходят только пути $[2, 5]$ и $[2, 5, 3]$.

Задача J. Черепашка

| | |
|-------------------------|-------------------|
| Имя входного файла: | стандартный ввод |
| Имя выходного файла: | стандартный вывод |
| Ограничение по времени: | 1 секунда |
| Ограничение по памяти: | 256 мегабайт |

Черепашка хочет добраться из клетки $(1, 1)$ в клетку (n, m) . За один ход из клетки (x, y) она может попасть в клетки $(x, y + 1)$ или $(x + 1, y)$.

Но есть одна проблема — на доске, где гуляет черепашка, так же живут k злых зайцев, а именно i -й заяц живет в клетке (x_i, y_i) . Черепашка не хочет видаться с зайцами, поэтому избегает этих клеток.

Вычислите количество способов построить маршрут для черепашки так, чтобы он не проходил через клетки, где живут зайцы.

Формат входных данных

В первой строке указано число t ($1 \leq t \leq 100$) — количество наборов входных данных.

В первой строке каждого набора указаны числа n, m, k ($1 \leq n, m \leq 10^5, 1 \leq k \leq 5000$).

В следующих k строках указаны пары чисел x_i, y_i ($1 \leq x_i \leq n, 1 \leq y_i \leq m$).

Гарантируется, что сумма k по всем наборам входных данных не превосходит 5000.

Формат выходных данных

Для каждого набора входных данных выведите ответ на задачу по модулю 998 244 353.

Пример

| стандартный ввод | стандартный вывод |
|-------------------|-------------------|
| 1 3 3 1 2 2 | 2 |