Задача A. Петя и прямоугольники

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	0.25 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Маленький Петя очень любит прямоугольники. Петя дал маме список прямоугольников, которые он хочет получить в подарок на Новый Год. Каждый прямоугольник характеризуется w и высотой h.

Мама хочет сделать Пете приятное и купить все прямоугольники из его списка. Мама отправилась в магазин и узнала, что цена одного прямоугольника равна его площади. К ее счастью, в магазине действует предновогодняя акция, позволяющая покупать прямоугольники не по одному, а сразу наборами. Стоимость одного набора равна ширине самого широкого прямоугольника, умноженной на высоту самого высокого прямоугольника из этого набора. Обратите внимание, что поворачивать прямоугольники (тем самым меняя местами ширину и высоту) нельзя. Помогите маме Пети купить все прямоугольники из списка ее сына, потратив на это наименьшее количество денег.

Формат входных данных

В первой строке записано число n ($1 \leqslant n \leqslant 2 \cdot 10^5$) — количество прямоугольников в списке Пети. В каждой из следующих n строк записаны по 2 целых положительных числа, не превышающих 10^6, — ширина и высота очередного прямоугольника.

Формат выходных данных

Выведите одно число — наименьшее количество денег, которое может потратить мама чтобы купить Пете все прямоугольники из его списка.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
4 100 1 15 15 20 5 1 100	500

Задача B. Сумма Минковского для выпуклых функций.

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Даны n функций $f_1, \ldots, f_n$, каждая из которых нестрого выпукла и определена на множестве значений $0, 1, \ldots, k$.

Суммой Минковского для этих функций будем обозначать функцию $g = f_1 \oplus \ldots \oplus f_n$ такую, что:

$$g(z) = \min_{x_1 + \ldots + x_n = z} \{f_1(x_1) + \ldots + f_n(x_n)\}$$

По данным n функциям вычислите функцию g.

Формат входных данных

В первой строке указана пара чисел n и k ($1 \leqslant n \cdot k \leqslant 10^6$, $n \leqslant 100$).

В последующих n строках следуют описания функций.

Каждая функция описывается $(k+1)$-м числом $f(0), \ldots, f(k)$ ($-10^{12} \leqslant f(i) \leqslant 10^{12}$).

Формат выходных данных

Выведите $n \cdot k + 1$ число — значения $g(0), \ldots, g(nk)$.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2 3 2 1 5 9 1 2 3 5	3 2 3 4 6 10 14

Замечание

Комментарий для любителей математического анализа. Пусть выпуклые функции $f_1, \ldots, f_n$ определены, непрерывны и и имеют непрерывную производную на $[0, +\infty)$, при чем $g = f_1 \oplus \ldots \oplus f_n$.

Положим, что $g(z) = f_1(x_1) \oplus \ldots \oplus f_n(x_n)$, что можно сказать про $f_1'(x_1), \ldots, f_n'(x_n)$?

Задача C. Теодор Рузвельт

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	64 мегабайта

«Теодор Рузвельт» — флагман военно-морского флота Кукуляндии. Заклятые враги кукуляндцев, флатландцы, решили уничтожить его. Они узнали, что «Теодор Рузвельт» представляет собой выпуклый многоугольник из n вершин и узнали его координаты. Затем они выпустили m баллистических ракет и определили координаты точек, где эти ракеты взорвались. По расчётам штаба флатландцев, «Теодор Рузвельт» будет уничтожен, если в него попадёт хотя бы k ракет. Вычислите, удалось ли флатландцам уничтожить корабль.

Формат входных данных

В первой строке через пробел записаны целые числа n, m, k ($3 \leqslant n \leqslant 10^5$, $0 \leqslant k \leqslant m \leqslant 10^5$). В последующих n строках записаны координаты вершин многоугольника в порядке обхода против часовой стрелки. В следующих m строках записаны координаты точек. Гарантируется, что все координаты — целые числа, не превосходящие по модулю 10^9.

Формат выходных данных

Выведите «`YES`», если в многоугольнике или на его границе лежит по крайней мере k точек, и «`NO`» в противном случае.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
5 4 2 1 -1 1 2 0 4 -1 2 -1 -1 -2 -1 1 -1 0 1 2 3	YES

Задача D. Параболы

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Недавно Вася узнал, что через любые две точки на плоскости с различными x координатами можно провести одну и только одну параболу, уравнение которой будет иметь вид $y = x^2 + bx + c$, где b и c — действительные числа. Назовём такую параболу U-образной.

После этого он нарисовал на плоскости несколько различных точек с целыми координатами и через каждые две из них, имеющие различные координаты x, провёл U-образную параболу. Рисунок получился откровенно плохой, но Вася не теряет надежды найти число различных получившихся парабол, во внутренней области каждой из которых нет ни одной нарисованной точки. Помогите Васе.

Внутренней областью U-образной параболы в данной задаче называется часть плоскости, лежащая строго выше параболы, при этом ось y направлена вверх.

Формат входных данных

В первой строке находится единственное целое число n ($1 \leqslant n \leqslant 100\,000$) — число точек.

В следующих n строках находятся описания точек, в i-й из них находятся 2 целых числа x_i и y_i — координаты i-й точки. Гарантируется, что все точки различные, а так же что координаты по модулю не превосходят 10^6.

Формат выходных данных

В единственной строке выведите единственное число — количество U-образных парабол, проходящих хотя бы через 2 точки и не содержащих никаких других точек в своей внутренней области (не считая границы).

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 -1 0 0 2 1 0	2
5 1 0 1 -1 0 -1 -1 0 -1 -1	1

Задача E. Политические координаты.

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Вы проходите тест на определение ваших политических координат (см. картинку ниже)

Тест состоит из n вопросов, каждый из которых имеет произвольное количество вариантов ответов, из которых вы можете выбрать только один. Каждый вариант ответа характеризуется парой чисел $\langle x_i, y_i \rangle$ и представляет собой вектор на плоскости v_i.

По прохождению теста, все вектора выбранных вами вариантов ответа суммируются и полученный вектор представляет собой *результат прохождения теста* — ваши политические координаты. *Радикальностью* вашей позиции называется квадрат длины этого вектора.

Таким образом если в результате вы получили вектор $\langle x, y \rangle$, то радикальность будет равна $x^2 + y^2$.

Вам стало интересно, какую же максимальную радикальность позиции можно получить при прохождении теста. Стало интересно, конечно же, вам, а не мне, а поэтому ищите.

Формат входных данных

В первой строке указано число n ($2 \leqslant n \leqslant 100\,000$) — общее количество вопросов.

Затем следуют описания вопросов. Описание каждого вопроса начинается с числа k — количества вариантов ответа. Затем в k строках следуют пары чисел $\langle x_i, y_i \rangle$ ($|x_i|, |y_i| \leqslant \frac{10^9}{n}$) вектора, соответствующие этим вариантам ответа.

Гарантируется, что сумма k по всем вопросам не превышает $200\,000$.

Формат выходных данных

Выведите единственное число — ответ на задачу.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3 2 -2 0 1 0 2 0 -2 0 1 3 -5 -5 5 1 10 10	242

Замечание

Если в тестовом примере выбрать варианты ответов, которым соответствуют вектора $\langle 1, 0\rangle$, $\langle 0, 1\rangle$, $\langle 10, 10\rangle$, то результатом теста будет вектор $\langle 11, 11\rangle$. Этому результату соответствует радикальность $11^2 + 11^2 = 242$

Задача F. Электричкинг

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	6 секунд
Ограничение по памяти:	512 мегабайт

В Подмосковье есть однонаправленная железная дорога, проходящая через k городов, пронумерованных числами от 1 до k, из i-го города можно добраться до города под номером $(i \bmod k) + 1$.

В ближайшие n в каждом из указанных k городов будут проходить концерты, которые Артем хочет посетить. Находясь в городе i в t-й день, Артем вечером может посетить концерт и получить от него удовольствие $a_{i,t}$. В ночь перед первым днем Артем садится на электричку и на утро приезжает в город 1. После каждого концерта у Артема есть выбор: остаться в текущем городе или ночью переехать в город $(i \bmod k) + 1$. Артем стремится максимизировать суммарное полученное удовольствие от концертов.

У Артема не так много денег, поэтому он считает каждую поездку на электричке. Он еще не знает, сколько денег сможет потратить, а поэтому рассматривает q вариантов, описанных числами $m_1, \ldots, m_q$. Для каждого значения m от вас требуется вычислить наибольшее суммарное удовольствие, которое может получить Артем, если сядет на электричку **ровно** m раз (самая первая поездка в город 1 тоже учитывается).

Формат входных данных

В первой строке указаны числа n, k, q ($1 \leqslant q \leqslant n \leqslant 2 \cdot 10^5$, $2 \leqslant k \leqslant 5$) — количество дней, количество городов и количество запросов, соответственно.

В следующих k строках указано по n чисел. В i-й из этих строк указаны числа $a_{i,1} \ldots, a_{i,n}$ ($0 \leqslant a_{i,t} \leqslant 10^9$), где $a_{i,t}$ — удовольствие, которое получит Артем от посещения концерта в городе i в t-й день.

В последующих q строках указано по одному числу m_i ($1 \leqslant m_i \leqslant n$)

Формат выходных данных

Выведите q строках целые числа — ответы на запросы.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
10 3 1 9 1 2 3 4 5 6 7 8 0 0 5 8 7 4 4 2 1 3 9 2 3 1 5 6 1 5 1 5 6 5	70
6 2 6 9 2 3 3 5 2 6 5 4 6 6 4 1 2 3 4 5 6	24 34 32 33 31 32

Замечание

В первом тесте можно посетить города в порядке $(1, 2, 2, 2, 3, 1, 1, 1, 1, 2)$. Тогда удовольствие от поездки будет равно $9 + 5 + 8 + 7 + 6 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 70$.

Задача G. Клуб анонимных геометров

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	512 мегабайт

Сегодня Денис проводит в ЛКШ клуб анонимных геометров. Он заготовил для клуба n выпуклых многоугольников, пронумерованных от 1 до n. Он планирует предложить участникам клуба посчитать суммы Минковского этих многоугольников. А именно, он планирует дать q заданий, в i-м из них нужно посчитать сумму Минковского многоугольников с номерами от l_i до r_i включительно.

Суммой Минковского двух множеств A и B называется множество $C = \{a + b : a \in A, b \in B\}$. Можно доказать, что если A и B являются выпуклыми многоугольниками, то C тоже будет выпуклым многоугольником.

Чтобы посчитать сумму Минковского p многоугольников ($p > 2$), нужно посчитать сумму Минковского первых $p - 1$ многоугольников, а потом сумму Минковского результата и p-го многоугольника.

Для того, чтобы было удобнее проверять правильность выполнения заданий, Денис решил подготовиться и посчитать количество вершин в сумме Минковского для каждого задания. Помогите ему сделать это.

Формат входных данных

В первой строке дано одно целое число n — количество выпуклых многоугольников, которые подготовил Денис ($1 \leqslant n \leqslant 100\,000$).

Далее дано описание n выпуклых многоугольников. Описание i-го многоугольника начинается с целого числа k_i — количество вершин в i-м многоугольнике ($3 \leqslant k_i$). После чего в k_i строках даны по два целых числа x_{ij}, y_{ij} — координаты вершин i-го многоугольника в порядке обхода против часовой стрелки ($|x_{ij}|, |y_{ij}| \leqslant 10^9$).

Гарантируется, что многоугольники не содержат трех последовательных вершин, лежащих на одной прямой. Суммарное количество вершин в многоугольниках не превышает $300\,000$.

В следующей строке одно целое число q — количество заданий ($1 \leqslant q \leqslant 100\,000$). В следующих q строках дано описание заданий. Описание i-го задания содержит два целых числа l_i и r_i ($1 \leqslant l_i \leqslant r_i \leqslant n$).

Формат выходных данных

Для каждого задания выведите на новой строке одно целое число — количество вершин в сумме Минковского многоугольников с номерами от l_i до r_i.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3 3 0 0 1 0 0 1 4 1 1 1 2 0 2 0 1 3 2 2 1 2 2 1 3 1 2 2 3 1 3	5 5 6

Задача H. Растягивание плоскости

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	5 секунд
Ограничение по памяти:	1024 мегабайта

Игорь очень любит геометрию, а поэтому он купил себе плоскость, на которой отмечены n точек, i-я из них имеет координаты (x_i, y_i).

Посмотрев на эти точки, Игорь быстро нашёл пару самых удалённых. Однако этого ему было мало, а поэтому для q чисел α_1, α_2, α_3, $\ldots$, α_q Игорь хочет узнать, каким станет максимальное расстояние между парой точек, если растянуть плоскость в α_j раз по x-координате.

Более формально, у Игоря есть q запросов, в j-м из которых для числа α_j Игорь хочет найти расстояние между двумя наиболее удалёнными точками в множестве, состоящем из n точек с координатами $(x_i \cdot \alpha_j, y_i)$. Помогите Игорю ответить на эти запросы.

Формат входных данных

Каждый тест состоит из нескольких наборов входных данных. В первой строке вводятся два целых числа t и g ($1 \leqslant t \leqslant 250\,000$, $0 \leqslant g \leqslant 9$) — число наборов входных данных и номер группы тестов, под дополнительные ограничения которой подходит данный тест. Далее следуют описания наборов входных данных.

В первой строке каждого набора входных данных вводятся два целых числа n и q ($2 \leqslant n \leqslant 500\,000, 1 \leqslant q \leqslant 500\,000$) — количество точек и количество запросов.

В следующих n строках вводятся описание точек, в каждой строке вводятся по два целых числа x_i и y_i ($-10^9 \leqslant x_i, y_i \leqslant 10^9$) — координаты i-й точки. Гарантируется, что координаты всех точек в каждом наборе входных данных различны.

В следующих q строках вводятся описания запросов, в каждой строке вводится по одному **вещественному** числу α_j ($1 \leqslant \alpha_j \leqslant 10^9$) — коэффициенты, на которые будут умножаться x-координаты точек в j-м запросе.

Обозначим за N сумму n_i по всем наборам входных данных, а за Q — сумму q_i по всем наборам входных данных. Гарантируется, что $N, Q \leqslant 500\,000$.

Формат выходных данных

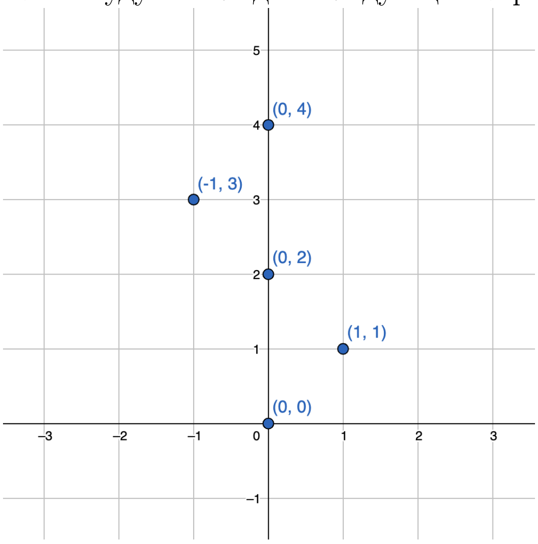
Для каждого набора входных данных выведите q строк, в i-й строке должно содержаться единственное вещественное число — ответ на i-й запрос. Ответ будет считаться правильным, если его абсолютная или относительная погрешность не превышает 10^{-6}. Более формально, если a — ваш ответ, а b — ответ жюри, то должно выполняться $\frac{|a-b|}{\max(b,1)} \leqslant 10^{-6}$.

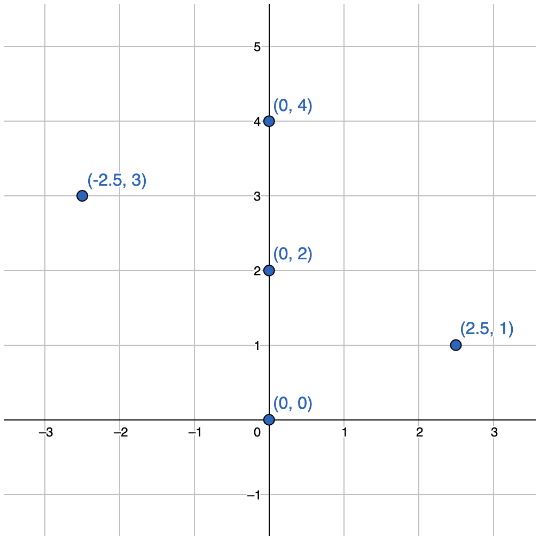
Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2 0 5 2 0 0 1 1 0 2 -1 3 0 4 1 2.5 8 4 0 0 6 11 7 13 4 14 0 15 -4 14 -7 13 -6 11 2 1 1.25 1.5	4.000000 5.385165 28.000000 15.000000 17.500000 21.000000

Замечание

В первом наборе входных данных при растяжении с коэффициентом 1 и с коэффициентом 2.5 точки будут выглядеть следующим образом:





При растяжении с коэффициентом 1 наиболее удалёнными точками будут точки с номерами 1 и 5, их координаты будут равны $(0,0)$ и $(0,4)$.

При растяжении с коэффициентом 2.5 наиболее удалёнными точками будут точки с номерами 2 и 4, их координаты будут равны $(2.5,1)$ и $(-2.5,3)$.

Во втором наборе входных данных максимальное расстояние будет достигаться следующими парами точек:

- в первом запросе максимальное расстояние будет достигаться между точками с номерами 3 и 7, их координаты будут равны $(14,13)$ и $(-14,13)$,

- во втором запросе максимальное расстояние будет достигаться между точками с номерами 1 и 5, их координаты будут равны $(0, 0)$ и $(0, 15)$,
- в третьем запросе максимальное расстояние будет достигаться между точками с номерами 3 и 7, их координаты будут равны $(8.75, 13)$ и $(-8, 75, 13)$,
- в четвёртом запросе максимальное расстояние будет достигаться между точками с номерами 3 и 7, их координаты будут равны $(10.5, 13)$ и $(-10.5, 13)$.

Система оценки

Задача I. Бассейн.

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	3 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Саша посетил крышу офиса Тинькофф, которая представляет собой выпуклый многоугольник из n вершин. Насладившись красивейшими видами на Москву, он с грустью осознал, что не видит бассейна.

Каждый последующий день Саша думал о том, как было бы классно, если бы на этой крыше был бассейн. Он даже нашел компанию, которая делает круглые бассейны на заказ и сейчас он хочет прикинуть, насколько большой бассейн можно установить на крыше офиса.

Формат входных данных

В этой задаче несколько наборов входных данных. В первой строке указано число t $(1 \leqslant t \leqslant 5\,000)$ — количество наборов входных данных.

В начале описания каждого набора указано число n — количество вершин в многоугольнике. Затем следуют n строк, содержащих по паре чисел x_i и y_i $(|x_i|, |y_i| \leqslant 10^9)$ — координаты i-й вершины многоугольника.

Гарантируется, что сумма n по всем наборам не превышает $15\,000$. Также гарантируется, что все точки многоугольников перечислены в порядке обхода против часовой стрелки.

Формат выходных данных

Для каждого набора входных данных выведите единственное число — наибольший радиус у круга, вложенного в указанный многоугольник.

Выведенный ответ будет считаться верным, если абсолютная или относительная погрешность не будет превышать 10^{-4}.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2 4 0 0 2 0 2 1 0 1 3 0 0 4 0 0 3	0.5000000 1.0000000

Замечание

Поговаривают, что метод Ньютона работает гораздо быстрее, чем тернарный поиск. Но, к сожалению, все слишком, адекватные, чтобы его писать. Плак-плак.

Задача J. Принцесса

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Принцесса Евлампия живет в замке, окруженном забором. Жизнь принцессы тяжела, но при этом и очень интересна. Главным ее развлечением является общение с многочисленными поклонниками, постоянно прибывающими из соседних замков, городов и даже королевств.

Замок принцессы окружен забором, представляющим из себя выпуклый многоугольник. Отец принцессы, король, достаточно строг, поэтому всем поклонникам принцессы приходится попадать туда через единственную во всем заборе дырку, вместо того, чтобы войти на территорию замка через парадные ворота. Дырка находится в одной из вершин многоугольника. При этом, если пройти напрямую к дырке поклоннику не удается, ему приходится обходить забор вдоль его периметра. Естественно, каждому поклоннику интересно, сколько ему придется пройти, чтобы попасть из точки своего начального местоположения к дырке, и все спрашивают об этом принцессу, перед тем как прийти к ней в гости.

Принцесса составила список начальных местоположений всех своих поклонников и описание забора вокруг замка. Вам необходимо для каждого поклонника сообщить длину кратчайшего пути от точки его начального положения до точки, в которой находится дырка. При этом, естественно, ни одна точка этого пути не должна лежать внутри многоугольника, представляющего забор, но может лежать на его границе.

Формат входных данных

В первой строке входного файла находятся два целых числа n и k ($3 \leqslant n \leqslant 100\,000$, $1 \leqslant k \leqslant n$) — количество вершин в многоугольнике, представляющем забор, и номер вершины, в которой находится дырка. В следующих n строках содержатся пары целых чисел x_i и y_i, описывающих координаты вершин многоугольника в порядке обхода против часовой стрелки.

В следующей строке дано одно целое число m ($1 \leqslant m \leqslant 100\,000$) — количество поклонников принцессы. В следующих m строках содержатся пары целых чисел x_i и y_i, описывающих координаты начального положения очередного поклонника.

Все координаты не превышают 10^9 по абсолютной величине.

Формат выходных данных

Для каждого поклонника выведите одно число — ответ на задачу. Ответ должен отличаться от правильного не более, чем на 10^{-5}.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
4 2 0 1 0 0 1 0 1 1 2 2 2 -2 0	3.23606797749979 2.0

Задача K. Дерево Ли Чао

Имя входного файла:	`стандартный ввод`
Имя выходного файла:	`стандартный вывод`
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Дано множество из n отрезков $y = a_i x + b_i$ (где $l_i \leqslant x \leqslant r_i$) и q запросов вида:

- `0` l r a b. Добавить в множество отрезок $y = ax + b$ ($l \leqslant x \leqslant r$)
- `1` p. Найти минимальное значение y в точке $x = p$ по отрезкам из множества. Если такого y не существует, вывести «`INFINITY`».

Формат входных данных

В первой строке указана пара чисел n и q ($1 \leqslant n, q \leqslant 2 \cdot 10^5$).
Затем следуют q запросов вида:

- `0` l r a b ($-10^9 \leqslant l_i \leqslant r_i \leqslant 10^9$, $|a_i| \leqslant 10^9$, $|b_i| \leqslant 10^{18}$)
- `1` p ($|p| \leqslant 10^9$)

Формат выходных данных

Для каждого запроса типа 1 выведите ответ на него в отдельной строке.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2 8 -3 3 -1 -1 0 7 0 1 1 -1 1 -2 1 0 1 2 0 -4 2 0 -10 1 -2 1 0 1 2	0 1 -1 -3 -10 -10 -3
1 2 -10 0 0 0 1 0 1 -1	INFINITY 0

Задача L. Максимизация среднего

Имя входного файла:	*стандартный ввод*
Имя выходного файла:	*стандартный вывод*
Ограничение по времени:	5 секунд
Ограничение по памяти:	512 мебибайт

Дан массив a длины n из целых неотрицательных чисел.

Для каждого индекса i, рассмотрим все непрерывные отрезки a, содержащие i-й элемент, посчитаем для них среднее арифметическое, и возьмём максимум среди этих средних.

Формат входных данных

В первой строке дано единственное число n $(1 \leqslant n \leqslant 2 \cdot 10^5)$ — длина массива.

Во второй строке даны n чисел $a_1, \ldots, a_n$ $(0 \leqslant a_i \leqslant 10^9)$ — массив a.

Формат выходных данных

Выведите n чисел в отдельных строках.

Ответ в i-й строке должен быть равен максимальному среднему по всем отрезкам, содержащих i-й элемент. Ответ считается верным, если абсолютная или относительная погрешность не превышает 10^{-6}

Пример

стандартный ввод	*стандартный вывод*
6 2 4 5 7 3 6	4.500000 5.333333 6.000000 7.000000 5.333333 6.000000