

Задача А. Расширенный алгоритм Евклида

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Вам даны n пар натуральных чисел $\langle a_i, b_i \rangle$, для каждой из которых требуется вычислить:

- g_i — наибольший общий делитель a_i и b_i .
- x_i и y_i такие, что $a_i x_i + b_i y_i = g_i$ и x_i — минимально возможное неотрицательное число.

Формат входных данных

В первой строке содержится число n ($1 \leq n \leq 200\,000$) — количество пар.
В $(i + 1)$ -й строке указана пара $x_i y_i$ ($1 \leq x_i, y_i \leq 10^{18}$).

Формат выходных данных

Для каждой пары выведите тройку чисел $x_i y_i g_i$.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
6	1 0 1
1 2	0 1 1
2 1	0 1 1
1 1	11 -4 1
7 19	1 0 5
5 25	0 1 5
25 5	

Замечание

Использование `__int128_t` в данной задаче запрещено.

Задача В. Все обратные по модулю

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 3.5 секунд
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Дано простое число p . Найдите обратные по модулю p ко всем числам от 1 до $p - 1$.

Формат входных данных

Первая строка содержит число p ($1 \leq p \leq 10^8$).

Формат выходных данных

Для каждого числа от 1 до $p - 1$ требуется посчитать обратное по модулю p . Так как чисел очень много, сначала выведите сумму обратных для первых 100 чисел по модулю p , потом для вторых 100 чисел по модулю p , потом для третьих 100 чисел и так далее. Если $p - 1$ не делится на 100, последнее из выведенных вами чисел будет состоять из суммы меньше, чем 100 слагаемых.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2	1
5	0

Замечание

Обратите внимание, что сумма 100 чисел тоже берется по модулю, так что все числа, которые вы выводите не должны превышать $p - 1$.

Задача С. Сколько простых?

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Найдите количество простых чисел от n^2 до $n^2 + n$ включительно.

Формат входных данных

Первая строка содержит число n ($1 \leq n \leq 10^7$).

Формат выходных данных

Выведите количество простых чисел от n^2 до $n^2 + n$ включительно.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2	1
5	1

Задача D. Количество взаимно простых

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 0.5 секунд
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дано число n . Найдите количество упорядоченных пар взаимно простых чисел $x, y \leq n$.

Формат входных данных

В единственной строке дано одно число n ($1 \leq n \leq 10^7$).

Формат выходных данных

Выведите ответ на задачу.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
1	1
2	3
3	7

Задача E. Первообразный корень

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дано простое число p . Найдите минимальное число g , являющееся первообразным корнем по модулю p .

Формат входных данных

В единственной строке дано простое число p ($1 \leq p \leq 10^9$).

Формат выходных данных

Выведите наименьший первообразный корень по модулю p , либо -1 , если по модулю p не существует первообразного корня.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2	1
3	2
5	2

Задача F. Дискретное логарифмирование

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Вам требуется написать программу, которая для заданного $1 \leq a \leq 10^9 + 8$ находит минимальное неотрицательное целое число x , которое удовлетворяют уравнению:

$$13^x \equiv a \pmod{10^9 + 9}$$

Формат входных данных

В первой строке указано число t ($1 \leq t \leq 500$) — количество наборов входных данных.

В последующих t строках записаны числа a_1, \dots, a_t , для которых требуется решить уравнение.

Формат выходных данных

Для каждого набора входных данных в отдельной строке выведите минимальное значение x , которое является решением уравнения.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
4	0
1	1
13	2
169	976796272
5	

Замечание

Хоть это и упрощенная версия задачи, но мы не гарантируем, что решение за $O(q\sqrt{p} \log p)$ с использованием `std::map` и бинарного возведения в степень будет работать за вменяемое время. У вас остается только один выход — аккуратно реализовать $O(\sqrt{pq})$.

Также обратите внимание, что 13 — первообразный корень по модулю $10^9 + 9$, так что ответ всегда существует.

Задача G. Дискретное логарифмирование

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Вам требуется написать программу, которая для заданного $1 \leq a \leq 10^9 + 8$ находит минимальное неотрицательное целое число x , которое удовлетворяют уравнению:

$$13^x \equiv a \pmod{10^9 + 9}$$

Формат входных данных

В первой строке указано число t ($1 \leq t \leq 40\,000$) — количество наборов входных данных.

В последующих t строках записаны числа a_1, \dots, a_t , для которых требуется решить уравнение.

Формат выходных данных

Для каждого набора входных данных в отдельной строке выведите минимальное значение x , которое является решением уравнения.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
4	0
1	1
13	2
169	976796272
5	

Задача Н. Сумма НОДов

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дано число n . Найдите сумму

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gcd(i, j)$$

Формат входных данных

В единственной строке дано одно число n ($1 \leq n \leq 10^6$).

Формат выходных данных

Выведите ответ на задачу.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
1	1
2	5
3	12

Задача I. Сумма НОДов 2

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1.5 секунд
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Дано число n . Найдите сумму

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gcd(i, j)$$

Формат входных данных

В единственной строке дано одно число n ($1 \leq n \leq 2 \cdot 10^7$).

Формат выходных данных

Выведите ответ на задачу.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
1	1
2	5
3	12

Замечание

Гарантируется, что ответ влезает в `long long`.

Задача J. Армия математиков

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 0.5 секунд
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

У вас есть n математиков. Пусть интеллектуальность i -го математика равна a_i . Для некоторого k назовём i_1, i_2, \dots, i_k сходимой математиков, если $i_1 < i_2 < i_3 < \dots < i_k$ и $\gcd(a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}) > 1$. Эффективность этой сходимки равна $k \cdot \gcd(a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k})$.

Найдите сумму эффективностей всех сходимок математиков. Так как это число может быть очень большим, выведите его по модулю 1000000007 ($10^9 + 7$).

Формат входных данных

Первая строка содержит целое число n ($1 \leq n \leq 200000$) — количество математиков.

Вторая строка содержит n целых чисел a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 1000000$) — интеллектуальности математиков.

Формат выходных данных

Выведите одно число — ответ.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 3 3 1	12
4 2 3 4 6	39

Замечание

В первом примере сходимки — $1, 2, 1, 2$, так что ответ $1 \cdot 3 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 12$

Задача К. Power2

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дан массив a_1, \dots, a_n длиной n . Введем функцию $H(b_1, b_2, \dots, b_k)$, которая определяется как наибольший общий делитель среди чисел вида $b_i \cdot b_j$ ($1 \leq i < j \leq k$). Вам требуется вычислить значение суммы:

$$x = \sum_{1 \leq l < r \leq n} H(a_l, a_{l+1}, \dots, a_r) \bmod 10^9 + 7$$

Формат входных данных

В первой строке дано число t ($1 \leq t \leq 20\,000$) — количество наборов входных данных.

Каждый набор входных данных описывается парой строк. В первой строке содержится n ($2 \leq n \leq 10^5$) — длина массива a , а во второй содержатся числа a_1, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^{18}$).

Гарантируется, что сумма n по всем наборам входных данных не превосходит 200 000.

Формат выходных данных

Для каждого набора входных данных выведите единственное число x ($0 \leq x \leq 10^9 + 6$) — ответ на задачу.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
4	9
3	12
1 2 3	137
3	22
2 2 2	
6	
8 4 2 6 3 9	
4	
1 3 3 1	

Замечание

- $H(1, 2) + H(1, 2, 3) + H(2, 3) = 2 + (2, 3, 6) + 6 = 2 + 1 + 6 = 9$.
- $H(2, 2) + H(2, 2, 2) + H(2, 2) = 4 + 4 + 4 = 12$.
- В четвертом тестовом примере на отрезке $[1, 4]$ значение H равно 1, на отрезке $[2, 3]$ значение H равно 9, а на остальных 4 отрезках равно 3. Значит, ответ равен $1 + 9 + 4 \cdot 3 = 22$.

Задача L. Вова и странные суммы.

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Вова и Саша собрались на квартире у Юры и придумывали задачи для ЛКОШП-2024. Вова придумал очень классную задачу, но к сожалению, для ее решения ему пришлось вычислить следующую сумму:

$$\sum_{x=l}^r \left\lfloor \frac{ax^2}{n} \right\rfloor \bmod m$$

Вова расстроился, так как не знал эффективного алгоритма для вычисления этой суммы. Но Саша уверил Вову, что если немного пошаманить с ограничениями, то с решением этой задачи справится любой ученик кружка Тинькофф параллели X. Не подведите Сашу и решите эту задачу.

Формат входных данных

В первой строке на вход подается единственное число t ($1 \leq t \leq 100\,000$) — количество наборов входных данных.

Каждый набор входных данных описывается единственной строкой, в которой последовательно указываются числа a, n, m, l, r ($1 \leq a \leq 100$, $1 \leq n \leq 10$, $1 \leq m \leq 10^5$, $1 \leq l \leq r \leq 10^{18}$).

Формат выходных данных

Для каждого набора входных данных выведите единственное число — значение суммы.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
5	14
1 1 100 1 3	28
2 1 100 1 3	14
2 2 100 1 3	6
1 2 100 1 3	0
1 6 6 1 10	

Замечание

В первом наборе входных данных ответ равен $1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$.

В четвертом наборе входных данных $\lfloor \frac{1}{2} \rfloor + \lfloor \frac{4}{2} \rfloor + \lfloor \frac{9}{2} \rfloor = 0 + 2 + 4 = 6$.

В пятом наборе входных данных сумма равна $\lfloor \frac{1}{6} \rfloor + \lfloor \frac{4}{6} \rfloor + \dots + \lfloor \frac{100}{6} \rfloor = 60$.

Задача М. Маткульт-привет!

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Маткульт-привет!

Алексей Савватеев

Сегодня на очередном занятии в математическом кружке, посвященном теории чисел, Сережа узнал много новых для него интересных функций. В частности, ему очень понравилась функция $\varphi(n)$, которая определяется следующим образом: $\varphi(n)$ равно количеству натуральных чисел, не превосходящих n , *взаимно-простых* с n . Эта функция показалась Сереже очень красивой, так как на занятии он узнал несколько ее замечательных свойств. Например, для любых *взаимно-простых* чисел a и b верно, что $\varphi(a \cdot b) = \varphi(a) \cdot \varphi(b)$.

Напомним, что натуральные числа a и b называются *взаимно-простыми*, если их наибольший общий делитель равен единице. Например, числа 5 и 8 являются взаимно-простыми, а числа 12 и 9 — нет (их наибольший общий делитель равен 3).

Приведем некоторые примеры значений функции $\varphi(n)$:

- $\varphi(5) = 4$ (натуральные числа, не превосходящие 5, взаимно-простые с 5: 1, 2, 3, 4),
- $\varphi(1) = 1$ (существует всего одно натуральное число, не превосходящее 1 — само число 1),
- $\varphi(6) = 2$ (натуральные числа, не превосходящие 6, взаимно-простые с 6: 1, 5).

Сережа очень любит натуральные числа из промежутка $[l, r]$, то есть числа $l, l + 1, \dots, r$. Начинаящему математику тут же захотелось исследовать поведение функции $\varphi(n)$ на промежутке $[l, r]$.

Сережа хочет найти такое натуральное число x , что $l \leq x \leq r$, а также $\varphi(x) \geq \varphi(y)$ для любого натурального числа $l \leq y \leq r$. Так как Сережа является начинающим математиком, он не справился с этой задачей, поэтому решить ее придется вам.

Формат входных данных

Единственная строка содержит два натуральных числа l и r ($1 \leq l \leq r \leq 10^{12}$).

Формат выходных данных

Выведите одно натуральное число x , для которого верно, что $l \leq x \leq r$, а также $\varphi(x) \geq \varphi(y)$ для любого натурального числа $l \leq y \leq r$.

Если существует несколько подходящих чисел x , выведите любое из них.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
1 6	5
10 10	10
14 16	16

Замечание

В первом примере значения функции $\varphi(n)$ для всех натуральных чисел из промежутка $[1, 6]$ равны: $\varphi(1) = 1, \varphi(2) = 1, \varphi(3) = 2, \varphi(4) = 2, \varphi(5) = 4, \varphi(6) = 2$.

Во втором примере 10 — единственное натуральное число из промежутка $[10, 10]$.

В третьем примере можно вывести в качестве ответа числа 15 или 16, так как $\varphi(14) = 6$, а $\varphi(15) = \varphi(16) = 8$.

Задача N. Резонансные частоты

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

В солнечной системе в далеком будущем люди смогли заселить n планет (включая искусственно созданные), между которыми для экстренных случаев они наладили радиосвязь.

Радиосвязь представляет собой набор из m односторонних каналов связи, i -й канал передает информацию из планеты с номером v в планету с номером u , при этом работая на частоте i . В силу жесткой иерархии планет в построенной системе радиосвязи нет циклов.

Потом случилось страшное — людей нашли пришельцы, которые стали посылать свои сигналы в солнечную систему на частоте x . Таким образом некоторые пути передачи информации начали резонировать с сигналами пришельцев.

Пусть какой-то путь проходит через вершины v_1, v_2, \dots, v_k ($k \geq 2$) и пару вершин (v_i, v_{i+1}) соединяет ребро e_i . Тогда такой путь резонирует с сигналом, если наибольший общий делитель чисел e_1, \dots, e_{k-1} в точности равен x .

Люди хотят понять, какое количество путей подверглось угрозе, но вычисления оказались слишком громоздки. Поэтому они просят вас помочь спасти человечество и вычислить количество резонирующих путей по модулю $10^9 + 7$.

Формат входных данных

В первой строке заданы три числа n, m, x — количество планет, количество каналов радиосвязи и частота сигнала пришельцев.

В последующих m строках указано по паре чисел v_i и u_i — концы i -го канала радиосвязи.

$$2 \leq n \leq 10^5$$

$$1 \leq m \leq 10^5$$

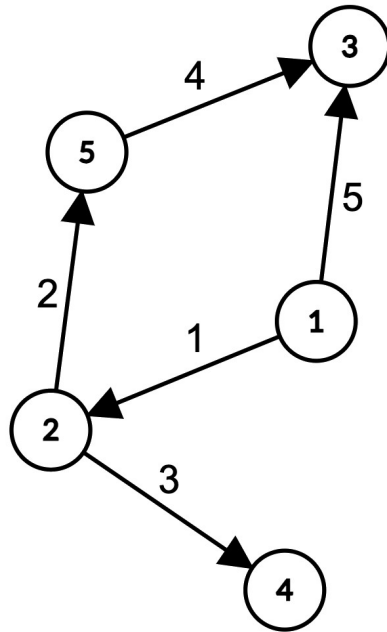
$$1 \leq x \leq m$$

$$1 \leq v, u \leq n$$

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
5 5 1 1 2 2 5 2 4 5 3 1 3	4
5 5 2 1 2 2 5 2 4 5 3 1 3	2

Замечание



В первом примере подходят пути, проходящие по вершинам $[1, 2]$, $[1, 2, 4]$, $[1, 2, 5]$, $[1, 2, 5, 3]$.
Во втором примере подходят только пути $[2, 5]$ и $[2, 5, 3]$.